Kabinet výuky obecné fyziky MFF UK

Fyzikální praktikum III

Úloha č. 2

Název.: **Měření parametrů zobrazovacích soustav**

Měřil.: Michal Švanda......................... dne:..15. března 2001..............................

odevzdal dne:....................................vráceno:...

odevzdal dne:....................................vráceno:...

odevzdal dne:...

Posuzoval:......................................dne:...

Výsledek klasifikace:...

Připomínky:

Pracovní úkol

1. Změřte ohniskovou vzdálenost ploskovypuklé čočky jednak Besselovou metodou, jednak metodou dvojího zvětšení.
2. Užitím goniometru určete vzd lenost hlavních rovin čočky měřené v bod 1) a rozhodněte, lze-li ji považovat za tenkou čočku. Odhadněte systematickou chybu, které se dopouštíme při měření ohniskové vzdálenosti Besselovou metodou.
3. Na á kladě výsledkůzí skaných v obou předchozích bodech diskutujte, která z uve- dených metod měření ohniskové vzdálenosti je v uvedeném uspořádání přesnější.
4. Změřte kulovou vadu vyšetřované ploskovypuklé čočky v obou polohách čočky vůči dopadajícímu záření pro dvě vzdálenosti předmětu a_1=30cm, a_2=60cm. Získané výsledky zpracujte do jednoho grafu a porovnejte.
5. Určete vzd lenost hlavních rovin velmi tlusté ploskovypuklé čočky změřením vzdálenosti uzlových bod. Prove ďte diskuzi přesnosti měření. Ze známé tlouštky čočky vzdálenosti hlavních rovin určete index lomu skla.

Teoretický úvod

Ohnisková vzdálenost je základní charakteristikou každé čočky - kvalitativně i kvantitativně charakterizuje její schopnost lámat světelné paprsky. Experimentálně existuje několik metod, jak tuto hodnotu zjistit. My se budeme zabývat měřením ohniskové vzdálenosti a dalších vlastností spojné čočky, tedy čočky, která mění rovnoběžný světelný svazek v konvergentní.

1) Besselova metoda využívá toho, že zobrazovací rovnice čočky (platná v paraxiálním prostoru)

$$(a-f)=(a'-f)=f^2, \qquad [R1]$$

je symetrická vůči *a* i *a'*. Proto existují pro danou vzdálenost obrazu a předmětu *D* (D>4f) existují dvě symetrické polohy čočky, kdy je obraz ostrý. Protože *D=a+a'* a *Δ=a'-a*, lze ohniskovou vzdálenost vypočítat podle vztahu:

$$f=\frac{D^2-\Delta^2}{4D}. \qquad [R2]$$

Proto stačí změřit pouze *D* a *Δ* a z toho určit ohniskovou vzdálenost podle [R2] a protože potřebujeme znát pouze rozdíl obou symetrických poloh, je nám jedno, v kterých místech se nachází střed čočky, jehož polohu bychom jinak potřebovali znát, pokud bychom chtěli ohniskovou vzdálenost vypočítat přímo ze zobrazovací rovnice.

2) Metoda dvojího zvětšení využívá také relativních vzdáleností poloh čočky, kdy změříme při dvou vzdálenostech a_1 a a_2 dvě příčná zvětšení $(\frac{y'}{y})_1$ a $(\frac{y'}{y})_2$ a ohniskovou vzdálenost pak vypočítáme podle vzorce:

$$f=\frac{(\frac{y'}{y})_1.(\frac{y'}{y})_2.|a_1-a_2|}{|(\frac{y'}{y})_2-(\frac{y'}{y})_1|} \qquad [R3]$$

Drobný problém máme s tlustou čočkou, kdy neznáme polohy hlavních rovin, (tedy vzdálenosti *h, h'*) a nemáme tedy odkud měřit vzdálenosti *a, a'*. V případě Besselovy metody bychom tedy museli vzít v úvahu opravu pro *D*:

$$D=a+a'+h+h', \qquad [R4]$$

kde *h+h'* je vzdálenost hlavních nebo uzlových bodů (které v případě tenké čočky splývají).

Plankonvexní tlustá čočka (tedy taková, kterou budeme v našem případě proměřovat) má jednu lámavou plochu rovinnou a druhou vypuklou vzhledem k okolí. Obecný vztah pro vzdálenost hlavních rovin (viz [L1] str. 20, 26, 27) $\delta = d + h + h'$ se u plankonvexní čočky redukuje (s použitím dalších vzorců, zahrnujících index lomu) na

$$\delta_{pp} = \frac{n-1}{n} d_{pp}, \qquad [R5]$$

čímž jsme dostali vztah mezi tloušťkou čočky d_{pp} vzdáleností hlavních rovin δ_{pp} (kterou umíme změřit užitím goniometru podle návodu uvedeného v [L1], str. 27) a jejím indexem lomu n.

Index lomu poté vypočítáme:

$$n = \frac{d_{pp}}{d_{pp} - \delta_{pp}}. \qquad [R6]$$

Čočky vykazují pro paprsky jdoucí mimo paraxiální prostor kulovou vadu. Paprsky dopadající na čočku ve vzdálenosti h od osy čočky vytvářejí obraz jinde,než paraxiální paprsky. Tento rozdíl $\Delta a'$ je závislý na h a s použitím Seydlových výpočtů pro aberace se dá aproximovat vztahem:

$$\Delta a' = K h^2, \qquad [R7]$$

kde konstanta K charakterizuje kulovou vadu čočky a pro spojku je záporná.

Výsledky měření

1. Besselovou metodou a metodou dvojího zvětšení jsem změřil ohniskovou vzdálenost dané čočky. Měření shrnuje tabulka [T1] (Besselova metoda) a tabulka [T2] (metoda dvojího zvětšení).

Ohniskovou vzdálenost čočky Besselovou metodou jsem změřil pro tři vzdálenosti D obrazu a předmětu, pro každou vzdálenost jsem z důvodu odstranění náhodných chyb každé měření opakoval třikrát a výsledky zpracoval statistiky.

Získaná ohnisková vzdálenost má hodnotu:

$$\mathbf{f_{Bess} = (16{,}4 \pm 0{,}3)\ cm}$$

Metodu dvojího zvětšení jsem měřil ve čtyřech polohách předmětu od čočky a tím získal sadu tří ohniskových vzdáleností. Výsledek jsem opět zpracoval statisticky a takto získaná ohnisková vzdálenost má hodnotu:

$$\mathbf{f_{dvězvětš} = (15{,}7 \pm 0{,}5)\ cm}$$

2. Pomocí goniometru jsem změřil vzdálenost hlavních rovin (tabulka [T4]) a dospěl po statistickém zpracování k hodnotě

$$\boldsymbol{\delta_{pp}} \mathbf{= (3{,}7 \pm 0{,}1)\ mm}$$

Vzhledem k vadám zobrazení a obtížnosti určení bodu různými optickými vedlejšími efekty (např. koma), kdy se obraz nepohyboval, jsem stanovil mezní chybu (odhadem) na 1 mm. Hodnota, kterou jsem tedy dále použil při opravě měření Besselovu metodou je:

$$\boldsymbol{\delta_{pp}} \mathbf{= (4 \pm 1)\ mm}$$

3. Na základě znalosti vzdálenosti hlavních rovin jsem pomocí vzorce [R4] opravil vzorec [R2] a ohniskovou vzdálenost čočky pomocí Besselovy metody opravil (tabulka [T5]). Získal jsem hodnotu:

$$f_{Bess,1}=(16,2\pm0,3)\ \mathrm{cm}$$

Oprava má tedy velikost 2 mm, což je stále ještě méně, než vypočtená experimentální chyba. Oba výsledky získané různými metodami se v rámci svých experimentálních chyb překrývají. Po opravě je zřejmě přesnější Besselova metoda (relativní chyba 1,9%) než metoda dvojího zvětšení (rel. chyba 3,2%).

4. Pro čtyři vzdálenosti *h* od osy a dvě vzdálenosti předmětu od čočky jsem proměřil kulovou vadu předložené tenké čočky. Měření shrnuje tabulka [T3]. Naměření hodnoty jsem vynesl do grafu [G1] pro vzdálenost a=30 cm a [G2] pro vzdálenost a=60 cm. Pro obě polohy předmětu jsem uvažoval obě otočení plankonvexní čočky, tedy jak plochou stranou ke stínítku, tak plochou stranou k předmětu. Grafy jsem proložil lineární regresi (vztah [R7]) a získal pro konstantu *K* následující hodnoty:

a=30 cm, plochou stranou ke stínítku: K=(-0,20±0,01) cm^{-1}

a=30 cm, plochou stranou k předmětu: K=(-0,13±0,01) cm^{-1}

a=60 cm, plochou stranou ke stínítku: K=(-0,07±0,03) cm^{-1}

a=60 cm, plochou stranou k předmětu: K=(-0,11±0,02) cm^{-1}

Lineární regrese byly prokládána programem `Origin 5.0`.

5. Pro tlustou čočku jsem stejným způsobem, jako v úkolu 2 pro tenkou, nalezl vzdálenost hlavních rovin:

$$\delta_{pp}=(13,7\pm0,1)\ \mathrm{mm},$$

chyba stanovena statisticky z opakovaného měření. Ze stejného důvodu jako v úkolu 2 jsem však chybu stanovil na 1 mm. Pak:

$$\delta_{pp}=(14\pm1)\ \mathrm{mm}.$$

Pomocí vzorce [R6] a znalosti tloušťky čočky $\delta_{pp}=38\ mm$ vypočítal index lomu skla:

$$n=(1,56\pm0,11).$$

Diskuse

1. V obou případech jsem stanovil mezní chybu odečítání poloh na optické lavici na 1 mm. Statistická chyba získaná zpracováním opakovaných měření (směrodatná odchylka) je však větší, než mezní chyba odečítání poloh. Proto jsem mezní chybu stanovenou odhadem ve výpočtech dále zanedbával. Podobně v případě metody dvojího zvětšení ještě přistupuje do úvahy chyba odečítání zvětšení (stanoveno opět odhadem jako mezní chyba každého odečtu 0,05 mm; rel. chyba max. 7%), která je řádově stejná jako chyba statistická, proto jsem dále uvažoval pouze chybu statistickou.

2. Při měření se ukázalo, že chyba statisticky získaná opakovaným měřením (rel. max. 3%) je menší, než mezní chyba každého měření stanovená odhadem na 1 mm (rel. chyba min. 7%). V dalších výpočtech jsem proto uvažoval pouze chybu mezní odhadem.

3. Oprava ohniskové vzdálenosti získané Besselovou metodou je stejného řádu, jako experimentální chyba bez opravy. Čočku tedy můžeme považovat za tenkou. Besselova pro daný případ je na měření jednodušší a nepatrně přesnější.

4. Pohled na regresní přímky v grafech [G1] a [G2] ukazuje, že teoretický vztah [R7] je dobrou aproximací kulové vady čočky. Až na jeden případ (*a=60 cm plochou stranou ke stínítku*) experimentální body jsou velmi dobře vystiženy regresní přímkou. V případě, kdy ne, šlo pravděpodobně o hrubou chybu měření. Pro regresi jsem neuvažoval mezní chyby měření vzdáleností (±1 mm) stanovené odhadem, protože v tomto případě jde spíše o demonstraci a ověření vztahu [R7], nikoli přesné stanovení kulové vady čočky.

5. Stejně jako v úkolu 2 se ukázalo, že mezní chyba měření polohy stanovená odhadem (rel. 7%) je řádově větší, než získaná chyba statistická z opakovaného měření (rel. 0,7%) a proto jsem při výpočtu indexu lomu uvažoval pouze chybu mezní získanou odhadem a chybu statistickou zanedbal. Chyba indexu lomu je dána pouze chybou určení vzdálenosti hlavních rovin.

Závěr

Pomocí dvou různých metod jsem změřil ohniskovou vzdálenost tenké čočky, zjistil, že čočku skutečně za tenkou považovat mohu a proměřil její kulovou vadu (podařilo se mi potvdit teoretickou aproximaci danou vztahem [R7]). Dále jsem pomocí měření geometrických vlastností tlusté čočky změřil index lomu materiálu, z něhož byla vyrobena..

Literatura

[L1] Pelant, Fiala, Pospíšil, Fähnrich - Fyzikální praktikum III. - Optika